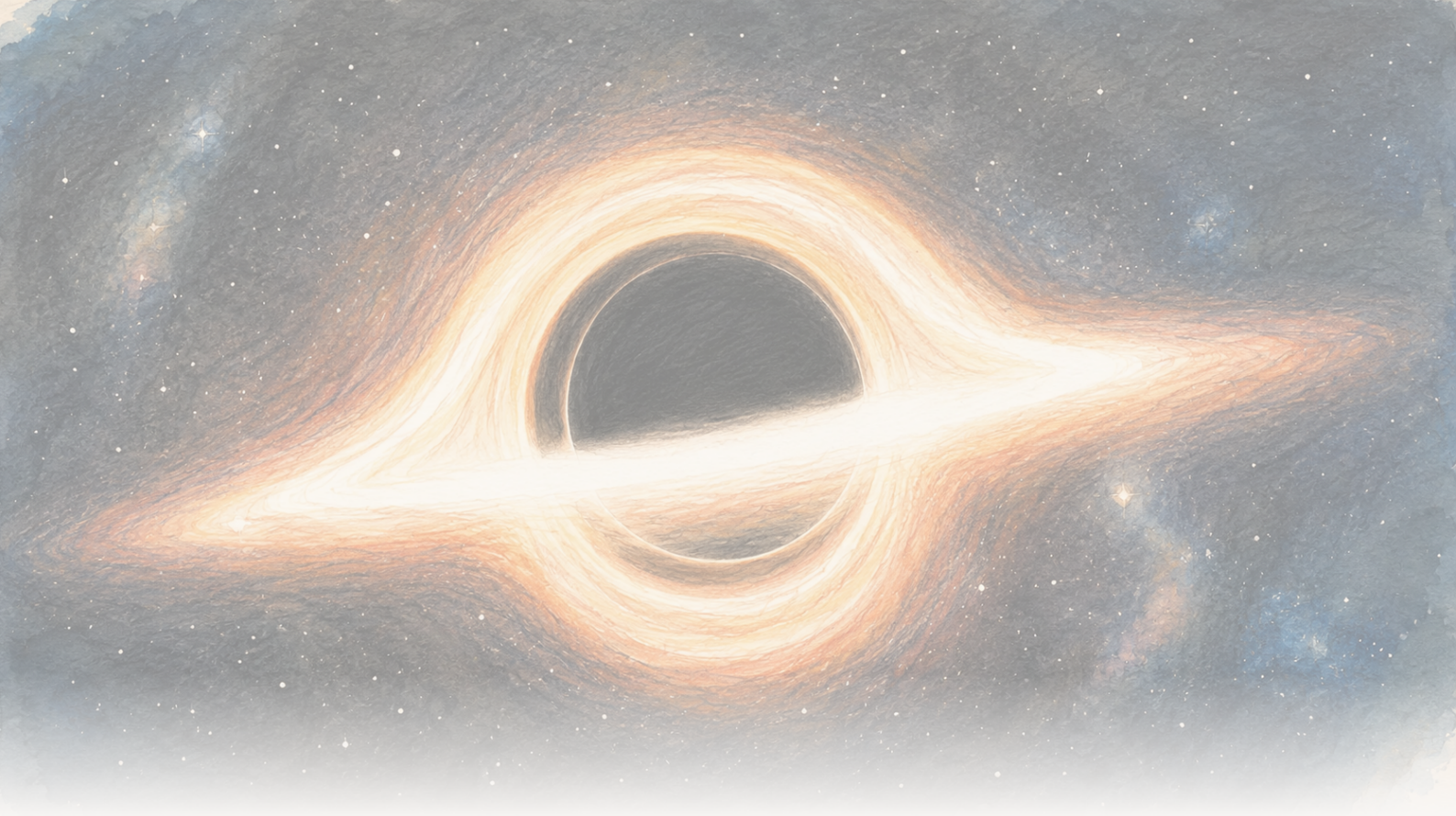




The CLEAN PAPER

WHAT THE PAPER SAYS · WHAT IT DOESN'T · WHY IT MATTERS

الثقوب السوداء تخضع لـ«قوانين» ترموديناميكية — نتيجة جديدة تمدها إلى ثقوب سوداء بعيدة بعنف عن الاتزان

منذ سبعينيات القرن العشرين، يُعرف أن الثقوب السوداء تخضع لقوانين تحاكي الديناميكا الحرارية، لكن أنظف صياغة لها لم تكن تنطبق إلا على ثقوب سوداء ساكنة بهدوء في حالة اتزان. تمدد ورقة جديدة في *Letters Review Physical* القانونين الأول والثاني إلى أجزاء من آفاق شبه محلية تستوفي شروط مقاطع الأفق الديناميكي ويمكن أن تكون بعيدة عن الاتزان بقدر اعتباطي — أثناء التراكم والانهيـار ومعظم مراحل اندماج الثقوب السوداء. وتتبع المحاكاة الأفق شبه المحلي طوال الاندماج، لكن القوانين لا تغطي حتى الآن الفترة الوجيزة المحيطة بالالتحام عندما لا يكون مقطعاً من أفق ديناميكي. والإطار الأساسي قائم في النسبية العامة، مع تطبيق شبه كلاسيكي على التبخر؛ فهو ليس جاذبية كمومية جديدة، ولا رصدًا، ولا حلاً لمعضلة معلومات الثقب الأسود.

Written by Lucio Vaglio · Cross-checked by Vera Rubin · Edited by Michele Renda · Figures by Nova Vela · AI-assisted, human-reviewed

Paper: *Thermodynamics of Black Holes, Far from Equilibrium*, Abhay Ashtekar, Daniel E. Paraizo, Jonathan Shu, *Physical Review Letters*, 136 251405 (2026) · DOI: 1103/3c1r-v8f1.10

لثقوب السوداء «قوانين» تشبه الديناميكا الحرارية. النسخة المرتبة منها كانت تعمل فقط عندما لا يحدث شيء

من أغرب حقائق الفيزياء أن الثقوب السوداء تنصرف كأجسام ساخنة. ففي أوائل سبعينيات القرن العشرين لاحظ Bekenstein و Hawking أن المعادلات التي تحكم الثقوب السوداء تتطابق، حداً مقابل حد، مع قوانين الديناميكا الحرارية: للثقب الأسود إنتروبيا تتناسب مع مساحة أفقه، ودرجة حرارة تتناسب مع جاذبية سطحه. ثم أظهر Hawking أن درجة الحرارة حقيقية بأعمق معنى للكلمة — فالثقب الأسود يتوهج فعلاً، وإن بخفوت شديد، بإشعاع حراري.

ما إشعاع هوكينغ؟

في الإطلاق. على حرارة درجة له تكون وألا تماماً أسود يكون أن يفترض ولذلك الأسود، الثقب من شيء يفلت لا كلاسيكياً توهجاً الأسود الثقب يصدر الأفق: قرب الحسبان في الكم نظرية تؤخذ عندما يتغير هذا أن Stephen Hawking أظهر 1974 عام عبر الانتشار عملية تعدل بينما هوكينغ، حرارة درجة عند حرارياً الطيف يكون «يتبخّر». أو ببطء، ككته يفقد ولذلك خافتاً، حرارياً التقلبات تنشئ — لهوكينغ الفعلي الاشتقاق وليست — شائعة توضيحية صورة وفي اللانهاية. إلى يصل الذي الإشعاع المنحني الزمكان الداخل. إلى الآخر يسقط بينما كإشعاع طرفياً أحد يهرب أزواجاً مباشرة الأفق خارج الكومية السمة الأساسية هي أن هذه الحرارة تتناسب عكسياً مع كتلة الثقب الأسود: كلما صغر الثقب ارتفعت حرارته. وبالنسبة إلى أي ثقب أسود يمكن لتلسكوب أن يراه، تكون الحرارة منخفضة بصورة مذهلة — أبعد بكثير من الفضاء المحيط — لذلك يكون التوهج عملياً ضئيلاً إلى حد لم يُقَس مباشرة قط. أهميته مفاهيمية: إشعاع هوكينغ هو ما يحول التشابه بين ميكانيكا الثقوب السوداء والديناميكا الحرارية إلى علاقة فيزيائية حقيقية. ولأن للثقب حرارة فعلية، فإن «الحرارة» و«الإنتروبيا» في هذه القوانين كميات ترموديناميكية حقيقية، لا مجرد مصادفة شكلية. (هذا خلفية للورقة الحالية، وليس إحدى نتائجها.)

يرتكز هذا التطابق على نتيجة تسمى القانون الأول لميكانيكا الثقوب السوداء (Bardeen و Carter و Hawking، 1973). وبالكلمات، يقول: إذا دفعت ثقباً أسود من حالة مستقرة إلى حالة مستقرة قريبة منها، فإن تغير كتلته يساوي حرارته مضروبة في تغير إنتروبيته، إضافة إلى حد يخص دورانه. إنه النسخة الخاصة بالثقب الأسود من «الحرارة الداخلة تساوي درجة الحرارة في تغير الإنتروبيا».

لكن هناك مشكلة مخفية في عبارة حالة مستقرة قريبة. فالقانون النظيف لعام 1973 يقارن بين ثقبين أسودين جالسين بهدوء في حالة اتزان، لا يختلفان إلا اختلافاً متناهياً في الصغر. ولا يصف فعلياً عملية — مثل ثقب أسود يبتلع نجماً، أو ثقبين أسودين يندجان، أو ثقب ولید يهدأ بعد ولادة عنيفة. وهذه بالضبط هي الحالات التي نريد فهمها أكثر، وهي نقيض «الجلوس بهدوء». يصمت القانون المرتب في اللحظة التي يصبح فيها الثقب الأسود مثيراً للاهتمام.

لماذا لا يعمل الحل البديهي؟

قد يبدو الحل سهلاً: راقب الأفق وهو يكبر عندما تسقط المادة. المشكلة هي: أي أفق؟

الأفق الذي يتصوره معظم الناس — أفق الحدث، أي حد اللاعودة الحقيقي — يملك خاصية دقيقة ومحرجة: يُعرّف بتاريخ الكون المستقبلي كله. لكي تعرف أين يقع أفق الحدث الآن، ستحتاج إلى معرفة كل ما سيسقط في الثقب إلى الأبد. هذه ليست تفصيلاً تقنية. يمكن لأفق الحدث أن يبدأ بالفق في منطقة من الفضاء فارغة ومسطحة تماماً قبل وصول المادة التي ستغذي، لمجرد أن تلك المادة مقدر لها أن تصل لاحقاً.

ويمكن لمساحته أن تزداد في مكان لا يحدث فيه محلياً أي شيء.

كيف يمكن للأفق أن يفوق وصول المادة؟

غرضاً، للأفق أن تعني لا هنا «غائي» كلمة. العالمي تعريفه أيضاً ويقال، الحدث لأفق الغائية الطبيعة هو المعضلة لهذه العلبي الاسم أن يمكن لا الأفق داخل يقع ما حدث كان إذا ما تحديد أن تعني بل الزمن. عبر الورا إلى تأثيراً يرسل أو بالمستقبل، يتنبأ أنه أو للزمكان. الكامل المستقبلي التاريخ من إلا يتم التعريف الرسمي يقول الشيء نفسه بصورة أكثر اختصاراً. تخيل اللانهاية الضوئية المستقبلية — التي تسمى «آي-بلس» وكتب I^+ — بوصفها الوجهة التي يصل إليها الضوء الذي يهرب إلى الأبد نحو مستقبل فارغ وبعيد بلا نهاية. أفق الحدث هو الحد الفاصل بين الأحداث التي يمكن لإشارة ضوئية خارجة منها أن تصل في النهاية إلى تلك الوجهة والأحداث التي لا تستطيع أي إشارة منها الوصول إليها أبداً. وفي الترميز القياسي للنسبية العامة، هو حد الماضي السببي لللانهاية الضوئية المستقبلية: $J^0 - I^+$. ولأن كلمة أبداً جزء من التعريف نفسه، فلا يمكن لأي قياس يُجرى هنا والآن فقط أن يحدد أفق الحدث بدقة. يجعل غلاف كروي منهار الغرابة مرئية. قبل وصول الغلاف، يمكن أن تكون المنطقة داخله فارغة ومسطحة محلياً. أرسل أشعة ضوئية إلى الخارج من المركز في أزمنة متعاقبة: الأشعة المبكرة تهرب، بينما تلتقي الأشعة اللاحقة بالغلاف المنهار داخل هندسة لا يمكنها الخروج منها. أفق الحدث هو الحد الفاصل بين النتيجتين. وإذا تتبعناه إلى الورا، يبدأ هذا الحد من المركز ويمتد عبر الداخل الذي ما يزال فارغاً ومسطحاً قبل أن يصل الغلاف إليه. ثم المساحة لا يبلغ عن تدفق محلي للمادة هناك؛ بل يسجل أي مسارات للهروب تبقى مفتوحة في الزمكان المكتمل. لا شيء في هذه الصورة يعمل إلى الورا في الزمن. لو حُرِف الغلاف ولم يتشكل ثقب أسود، لكان الزمكان المكتمل مختلفاً ولما كانت تلك المنطقة السابقة جزءاً من أفق حدث. الدرس ليس أن المستقبل يغير الماضي، بل أن أفق الحدث حد سببي عالمي، لا سطحاً يستطيع مراقب قريب اكتشافه في لحظة واحدة. ولهذا تحديداً يستخدم الفيزيائيون آفاقاً شبه محلية أو ديناميكية عندما يحتاجون إلى تتبع ثقب أسود أثناء تغيره.

وهذا يجعل أفق الحدث غير مناسب كسجل جارٍ لـ «حالة» الثقب الأسود. فلا يمكنك حتى تحديد مكانه في محاكاة حاسوبية قبل انتهاء المحاكاة، وبالتأكيد لا تستطيع استخدامه لتتبع حرارة أو إنتروبيا لحظة بلحظة.

الخطوة الأساسية: أفق يمكنك تعريفه محلياً

تبني الورقة الجديدة، التي أعدها Shu، Jonathan و Paraizo Daniel و Ashtekar Abhay، نتيجتها على مفهوم مختلف للأفق — مفهوم شبه محلي، تحدده الهندسة في جواره وحدها، من دون أي إحالة إلى المستقبل اللانهائي. وهذه الآفاق شبه المحلية هي الأسطح التي يستخدمها بالفعل باحثو النسبية العددية لتحديد مواضع الثقوب السوداء السلفية، وتتبع الاندماج، وتحديد موضع البقية طوال المحاكاة. وتنطبق القوانين الديناميكية الحرارية المطورة هنا على أجزاء الأفق شبه المحلي التي تستوفي الشروط الإضافية اللازمة لتكون مقطعاً من أفق ديناميكي. وعلى كل مقطع من هذا النوع، تتغير المساحة استجابةً مباشرةً لتدفق الطاقة المحلي، لا لأحداث تقع في المستقبل البعيد: فهي تزداد مع التدفق الموجب إلى الداخل، وتنقص في حالة أفق زمني متبخر ذي تدفق طاقة سالب.

وفوق ذلك، يحل المؤلفون النصف الأصعب من المشكلة. ففي الديناميكا الحرارية العادية، يكون النظام البعيد عن الاتزان مراوفاً: لا يمكنك أن تعطيه بدقة درجة حرارة أو ضغطاً واحداً لأن هذه الكميات لا تُعرف جيداً إلا بعد استقرار الأشياء. وتعاني الثقوب السوداء من المشكلة نفسها — إلى أن تستفيد، كما يبين المؤلفون، من خاصية خاصة للنسبية العامة. فالثقب الأسود في الاتزان (ثقب Kerr) تحدده رقمان فقط:

حجمه ودورانه. لذلك يبني المؤلفون خريطة تأخذ كل حالة على امتداد مقطع من أفق ديناميكي، وتقرأ عند كل مقطع عرضي منه الرقبن الخاصين بالثقب الأسود المتزن الذي تشبهه آتياً. ومن خلال هذه الخريطة يمكن إسناد درجة حرارة ودوران معتمدين على الزمن إلى ثقب أسود يتغير بعنف على امتداد المقطع.

بهذين العنصرين — طاقة معرفّة محلياً تتدفق عبر الأفق، وكميات مكثفة آتية — يمدد الباحثون القانون الأول إلى ثقوب سوداء بعيدة عن الاتزان بقدر اعتباطي. والأهم أن القانون الجديد يصف تغيرات منتهية تسببها عمليات فيزيائية حقيقية (عبور المادة والموجات الثقالية للأفق)، لا خطوات متناهية الصغر بين حالتين جامدتين. ويقرنونه بقانون ثانٍ مناظر أصبحت صيغته الآن كمية: إذ يرتبط تغير مساحة الأفق مباشرةً بتدفق الطاقة المحلي — فنمؤ مع التدفق الموجب إلى الداخل، أو تنقص في حالة أفق زمني متبخر تحت تدفق سالب. ويشير القانونان الأول والثاني معاً إلى خلاصة واحدة واضحة — تظل مساحة الأفق المقياس الصحيح للإنتروبيا في أي طور يمثلته مقطع من أفق ديناميكي، مهما كان عنيفاً.

ما الذي لا تثبته هذه الدراسة؟

- إنها لا تحل الجاذبية الكمومية. فالإطار الأساسي مصوغ في النسبية العامة؛ أما تطبيقه على تجزير الثقوب السوداء فيستخدم التقريب شبه الكلاسيكي، حيث تؤثر حقول المادة الكمومية في زمكان كلاسيكي. ولا يزال يفترض المطابقة القياسية بين مساحة الأفق والإنتروبيا، بدلاً من اشتقاق تلك الإنتروبيا من أساس أعمق.
- إنها لا تعد الحالات المجهرية ولا تفسر مم تتكون إنتروبيا الثقب الأسود. إنها توسع الإطار الحسابي لترموديناميك الثقوب السوداء؛ ولا تفتح الصندوق لتكشف درجات الحرية المجهرية.
- إنها لا تحل مفارقة معلومات الثقب الأسود. تلك المعضلة تعيش في النظرية الكمومية؛ وهذه الورقة لا تعالجها.
- إنها ليست رصداً أو قياساً. فلا تلسكوب ولا بيانات ولا إشارة موجات ثقالية تدخل في الأمر — هذا عمل رياضي. و«درجة الحرارة» المسندة إلى أفق ديناميكي مع تطور الثقب الأسود هي كمية محددة بدقة في المعادلات، وليست شيئاً يمكن قراءته من ميزان حرارة.
- إنها لا تقدم حتى الآن وصفاً ديناميكياً حرارياً متصلاً لعملية التحام ثقبين أسودين بكاملها. تتبع المحاكاة العددية الأفق شبه المحلي طوال التطور الكامل — من الثقبين السلفيين مروراً بالاندماج وصولاً إلى البقية — لكن هذا الأفق لا يستوفي، خلال فترة وجيزة شديدة القرب من الاندماج، الشروط اللازمة ليكون مقطعاً من أفق ديناميكي. وتقول الورقة المصاحبة إن إعداد وصف ديناميكي حراري لتلك الفترة لا يزال عملاً جارياً.
- إنها لا تقلب عمل Hawking و Bekenstein. بل تمده إلى النظام الديناميكي الذي لم يكن للقانون الأصلي، المقصور على الاتزان، ما يقوله عنه.

ما مدى قوة الأدلة؟

قوية بالنسبة إلى طبيعتها: عمل دقيق ومتسق داخلياً في الفيزياء الرياضية، صادر عن مجموعة رائدة في المجال، ومنشور بوصفه 'Suggestion Editors' في Letters. Review Physical وتقدم ورقة مصاحبة محكمة الاشتقاق الأطول وتعالج الحالات التي اختصرت من Letter.

أما التحفظات الصادقة فتتعلق بالنوع، لا بالجودة:

- تعتمد النتيجة على الافتراض التقليدي أن مساحة الأفق هي الإنتروبيا (المساحة مقسومة على أربعة أضعاف ثابت نيوتن وثابت بلانك). إذا عدلت نظرية كاملة للجاذبية الكمومية هذا التعريف يوماً، فسيتغير التفسير معه.
- توخياً للإيجاز والبساطة، تعرض Letter القصيرة الاشتقاق الرئيسي باستخدام آفاق ديناميكية مكانية متناظرة محورياً. أما الورقة المصاحبة

الحكمة فتحل صراحةً الآفاق الديناميكية الزمنية، وتبني الزخم الزاوي من دون حقل Killing دوراني. لكن المعالجة الصريحة للتأثير الارتدادي في الآفاق الزمنية المتبخرة تقتصر على التناظر الكروي.

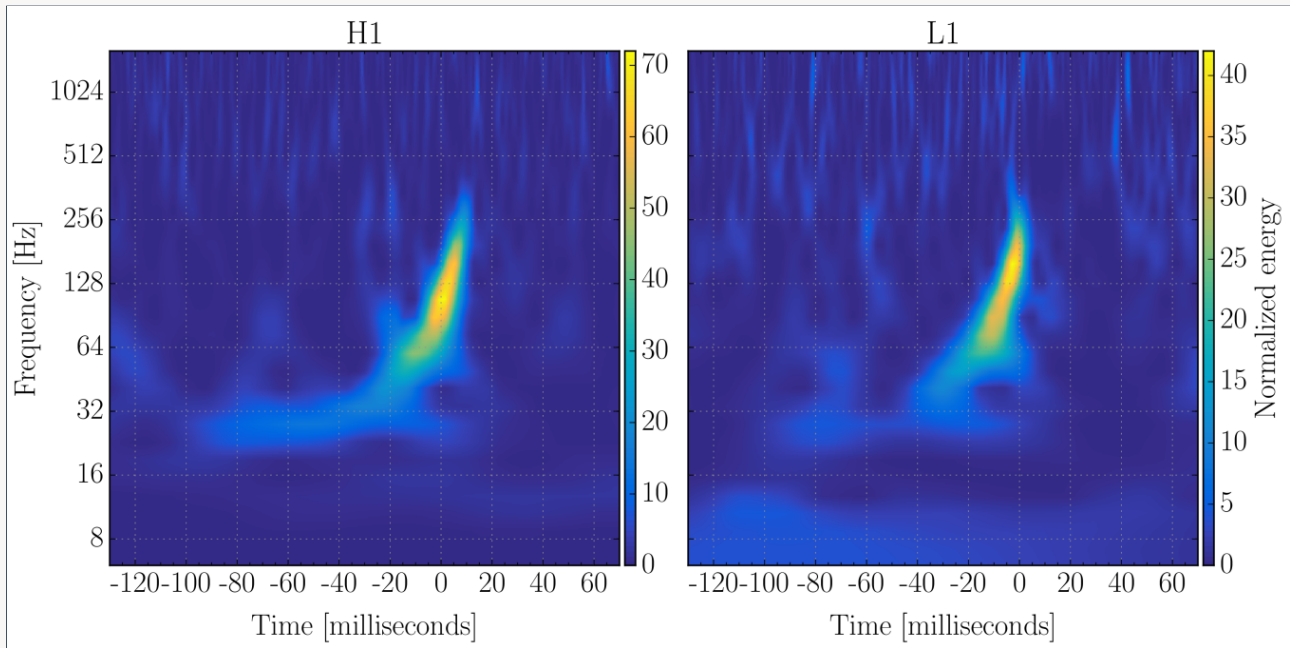
• «الإنتروبيا تساوي مساحة الأفق حتى خارج الاتزان» تعريف مقنع تجعله القوانين الجديدة طبيعياً — وليس مبرهنة مشتقة من إحصاء مجهري.

إذن: تمديد صارم لإطار عمره نحسون عاماً، لا اكتشافاً تجريبياً ولا قانوناً جديداً للطبيعة ينتظر الاختبار.

لماذا يهم هذا؟

لسببين، أحدهما عملي والآخر مفاهيمي.

عملياً، تقضي الثقوب السوداء التي ندرسها فعلاً الآن — تلك التي يسمع LIGO وVirgo اندماجها — أهم لحظاتها بعيداً عن الاتزان. وتتبع المحاكاة الأفق شبه المحلي من الثقوب السلفية، مروراً بالاندماج، وصولاً إلى البقية. وتنطبق الكميات الواردة في هذه الورقة على أجزاء ذلك الأفق التي تستوفي شروط مقاطع الأفق الديناميكي، ولذلك توفر طريقة قائمة على أساس مبدئي للحديث عن إنتروبيا الثقب الأسود ودرجة حرارته خلال معظم مراحل تطور الاندماج وأثناء الانهيار، لا بعد أن يستقر كل شيء فحسب. وخلال الفترة الوجيزة المحيطة بالالتحام مباشرةً يظل الأفق شبه المحلي متبعاً، لكنه يقع خارج الوصف الديناميكي الحراري الحالي.



GW150914، أول إشارة موجات ثقالية كشفت مباشرة، جاءت من اندماج ثقبين أسودين. تعرض خريطتنا الزمن-التردد الإشارة في LIGO Hanford (يسار) وLivingston LIGO (يمين): في كلا الكاشفين يرتفع المسار الساطع مع ازدياد تردد الإشارة نحو الاندماج. هذا مثال حقيقي على نظام ثقب سوداء بعيد عن الاتزان؛ وهو سياق للإطار الترموديناميكي الجديد، لا دليل رصدي عليه.

LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration / Classical and Quantum Gravity, Fig. 10 CC BY 0.3

ومفاهيمياً، السلوك الترموديناميكي للثقوب السوداء واحد من الأدلة القليلة الملموسة لدينا عن الجاذبية الكمومية — فهو المكان الذي تلتقي فيه الجاذبية ونظرية الكم والديناميكا الحرارية بصورة ظاهرة. إن جعل معنى «الإنتروبيا» و«درجة الحرارة» أكثر دقة لثقب أسود يتغير بعنف يجعل

الهدف الذي يجب على أي نظرية كومية مستقبلية إصابته أكثر تحديداً. ولا يجيب عن السؤال العميق: ما هي إنتروبيا الثقوب الأسود حقاً؟ لكنه يصوغ السؤال بدقة أكبر – وفي هذا الركن من الفيزياء، ذلك جزء كبير من العمل.

الخلاصة الواضحة

تخضع الثقوب السوداء لقوانين تحاكي الديناميكا الحرارية، لكن «القانون الأول» الأنيق لعام 1973 لم يفعل سوى مقارنة ثقوب سوداء ساكنة في حالة اتزان، ولم يكن قادراً على وصف عملية فعلية. يمدد Shu Paraizo و Ashtekar والقانونين الأول والثاني إلى ثقوب سوداء بعيدة عن الاتزان بقدر اعتباطي – أثناء التغذية والانهيال ونحود الاهتزاز والمرور بمعظم مراحل الاندماج – باستخدام آفاق شبه محلية، وتطبيق القوانين الديناميكية الحرارية على مقاطع الأفق الديناميكي فيها، وبناء خريطة تسند إلى كل حالة على امتداد تلك المقاطع درجة حرارة ولفاً مغزلياً آنيين. والخلاصة أن مساحة الأفق تظل المقياس الصحيح للإنتروبيا في كل طور يمثلها مقطع من أفق ديناميكي. أما الفترة الوجيزة شديدة القرب من الالتحام فلا يغطيها هذا الوصف الديناميكي الحراري بعد، مع أن المحاكاة تواصل تتبع الأفق شبه المحلي. والإطار الأساسي قائم في النسبية العامة، مع تطبيق شبه كلاسيكي على التبخر، فهو ليس جاذبية كومية، ولا رصدًا، ولا إحصاءً للحالات المجهرية، ولا حلاً لمفارقة المعلومات.

مراجعة بلا تهويل

ما الذي تُظهره الورقة: تمديد متسق رياضياً للقانونين الأول والثاني لميكانيكا الثقوب السوداء إلى ثقوب سوداء ديناميكية بالكامل وبعيدة عن الاتزان، مبني على آفاق شبه محلية وعلى أجزاءها التي تستوفي شروط مقاطع الأفق الديناميكي. ويعرّف قانوناً أول منتهياً قائماً على العملية وقانوناً ثانياً كياً، ويجعل من الطبيعي تعريف إنتروبيا الثقب الأسود الديناميكي بمساحة أفقه.

ما هو حقيقي لكنه تفسيري: تعريف «الإنتروبيا = مساحة الأفق» خارج الاتزان. تجعله القوانين الجديدة مقنعاً، لكنه يرث الافتراض الكلاسيكي القياسي الخاص بالمساحة والإنتروبيا بدلاً من اشتقاقه.

ما الذي لا تظهره: نظرية كومية للجاذبية؛ أصلاً مجهرياً أو «عداً» لإنتروبيا الثقوب الأسود؛ حلاً لمفارقة المعلومات؛ أي نتيجة رصدية أو تجريبية؛ أو درجة حرارة يمكن قياسها فيزيائياً.

القيود الرئيسية: الاشتقاق الأساسي قائم في النسبية العامة، بينما يستخدم تطبيق التبخر الزمني التقريب شبه الكلاسيكي؛ الفترة الوجيزة شديدة القرب من التهام ثنائي لا يمثلها مقطع من أفق ديناميكي، ولا يزال وصفها الديناميكي الحراري عملاً جارياً، مع أن المحاكاة العددية تواصل تتبع الأفق شبه المحلي؛ المعالجة الصريحة للتأثير الارتدادي في الآفاق الزمنية المتبخرة مقصورة على التناظر الكروي؛ والمطابقة بين المساحة والإنتروبيا مفترضة، لا مثبتة انطلاقاً من الميكانيكا الإحصائية.

ما مقدار الثقة المناسبة للقارئ العام؟ ثقة عالية بأن هذا تقدم نظري متين ومحترم يوسع ترموديناميك الثقوب السوداء فعلاً إلى النظام الديناميكي. وثقة عالية بالقدر نفسه بأنه ليس ادعاءً عن رصد جديد، ولا جاذبية كومية، ولا حلاً لمعضلة المعلومات الشهيرة. الموقف الصحيح: خطوة حقيقية في الفهم، أنجزت بالطباشير لا بالتلسكوب.

تحديثات ما بعد النشر

• تصحيح • 27-08-2026

بعد تلقي ملاحظات من المؤلف المسؤول عن المراسلات Ashtekar, Abhay صححنا عبارتين كانتا تصفان الحالات الزمنية وغير المتناظرة محورياً على أنها لم تُعالج إلا استدلالياً، بدلاً من كونها معالجة صراحةً في الورقة المصاحبة المحكّمة. وخلال المراجعة، أوضحنا أيضاً أن الإطار لا يغطي حتى الآن الفترة الوجيزة شديدة القرب من التحام ثنائي، حين لا يستوفي الأفق شبه المحلي الشروط اللازمة لمقطع من أفق ديناميكي.

• تصحيح • 28-08-2026

بعد توضيح إضافي من المؤلف المراسل Ashtekar, Abhay ميّزنا بين الآفاق شبه المحلية، التي تتبعها المحاكاة العددية من الثقوب السوداء السلفية مروراً بالاندماج وصولاً إلى البقية، وبين الأجزاء التي تستوفي الشروط الإضافية لمقاطع الأفق الديناميكي، حيث تنطبق القوانين الديناميكية الحرارية.

المصادر

251405 ,136 Lett. Rev. Phys. Equilibrium, from Far Holes, Black of Thermodynamics Shu, & Paraizo Ashtekar, (2026)

<https://doi.org/10.1103/3c1r-v8f1>

Gravit. Relativ. Gen. theory, perturbation beyond holes black dynamical of Thermodynamics Shu, & Paraizo Ashtekar, (2026) 91 ,58

<https://doi.org/10.1007/s10714-026-03585-4>