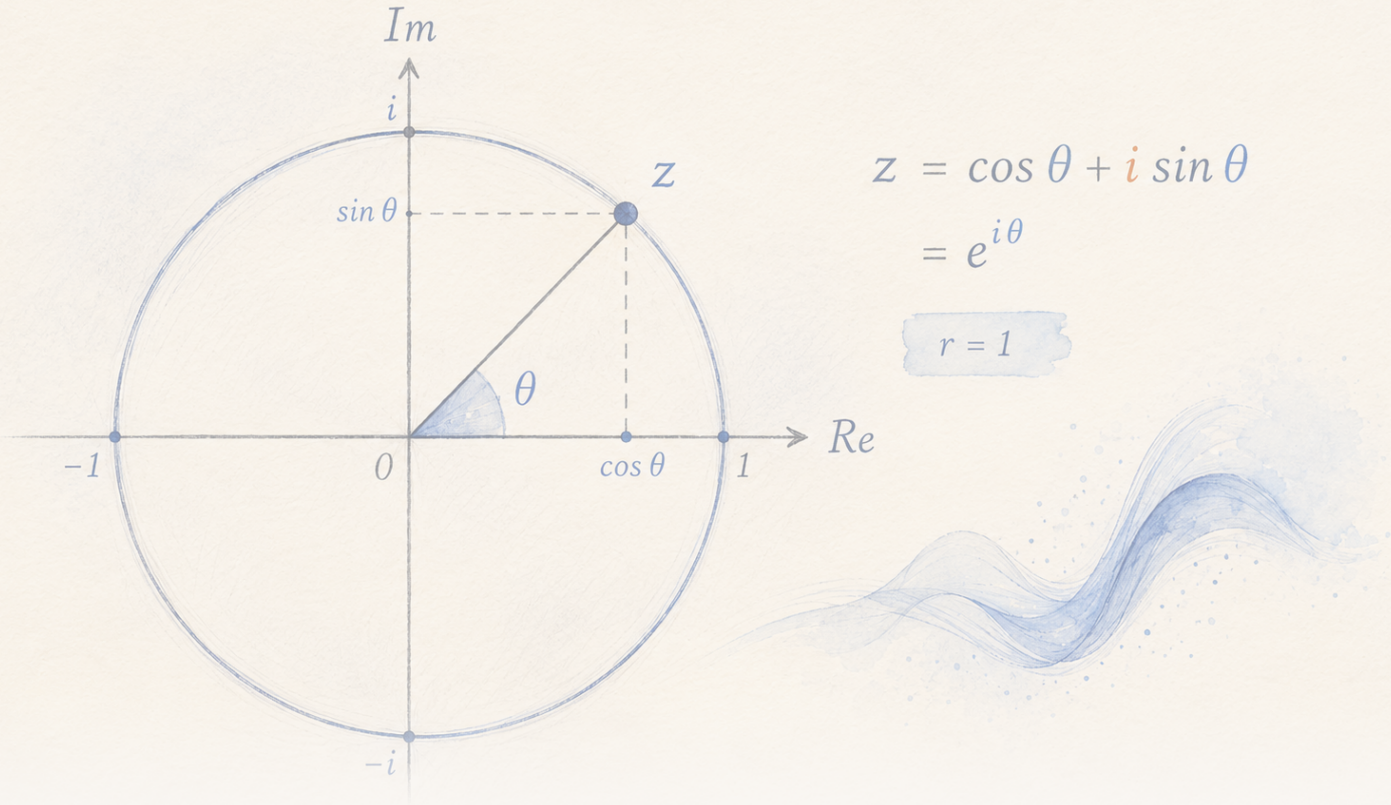


The Clean Paper

WHAT THE PAPER SAYS · WHAT IT DOESN'T · WHY IT MATTERS

量子力学は実数だけでも書ける —— ただし代償は「系をどう組み合わせるか」にある

2021 年、実数量子力学は実験で反証可能だという結果が広く報じられ、*2022* 年の追試は標準的な複素数量子論と一致した。しばしば「虚数は物理的に実在する証明」と見出しになった。*Physical Review Letters* の新論文は主張の範囲を明確にする。別々の系を組み合わせる際、より物理的とも考えられる別の仮定から実数形式を構築すると、多体系テストを含め複素数量子力学の全予測を再現できる。誠実な読み方は、複素数は便利だが厳密には必須ではなく、以前の実験が排除したのは一つの特定の実数理論であって、実数そのものではない、ということだ。これは新しい測定ではなく基礎論上の理論結果であり、複素数を使うのをやめろという話でもない。

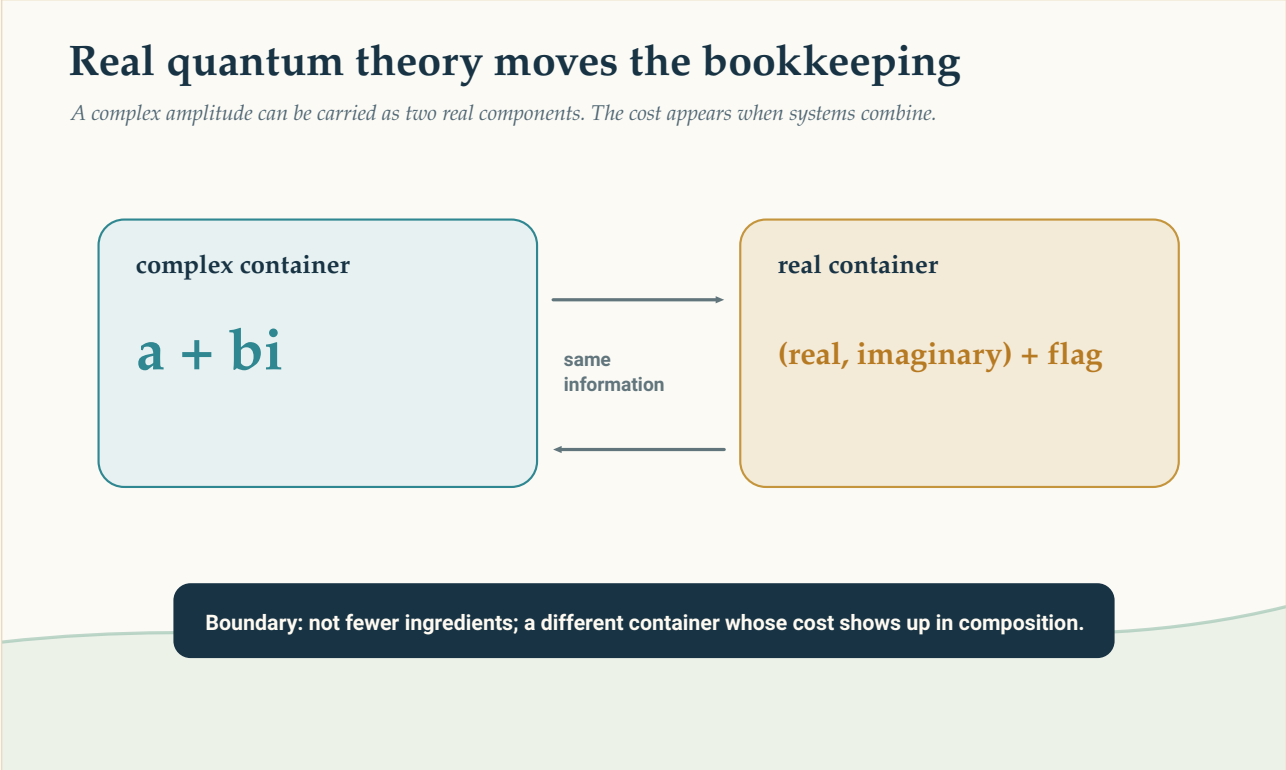
Written by Vera Rubin · Cross-checked by Lucio Vaglio · Edited by Michele Renda · Figures by Nova Vela · AI-assisted, human-reviewed

Paper: *Quantum Mechanics Based on Real Numbers: A Consistent Description*, Pedro Barrios Hita, Anton Trushechkin, Hermann Kampermann, Michael Epping, Dagmar Bruss, Physical Review Letters · DOI: 10.1103/4k13-sdjh

読み直す価値のある見出し

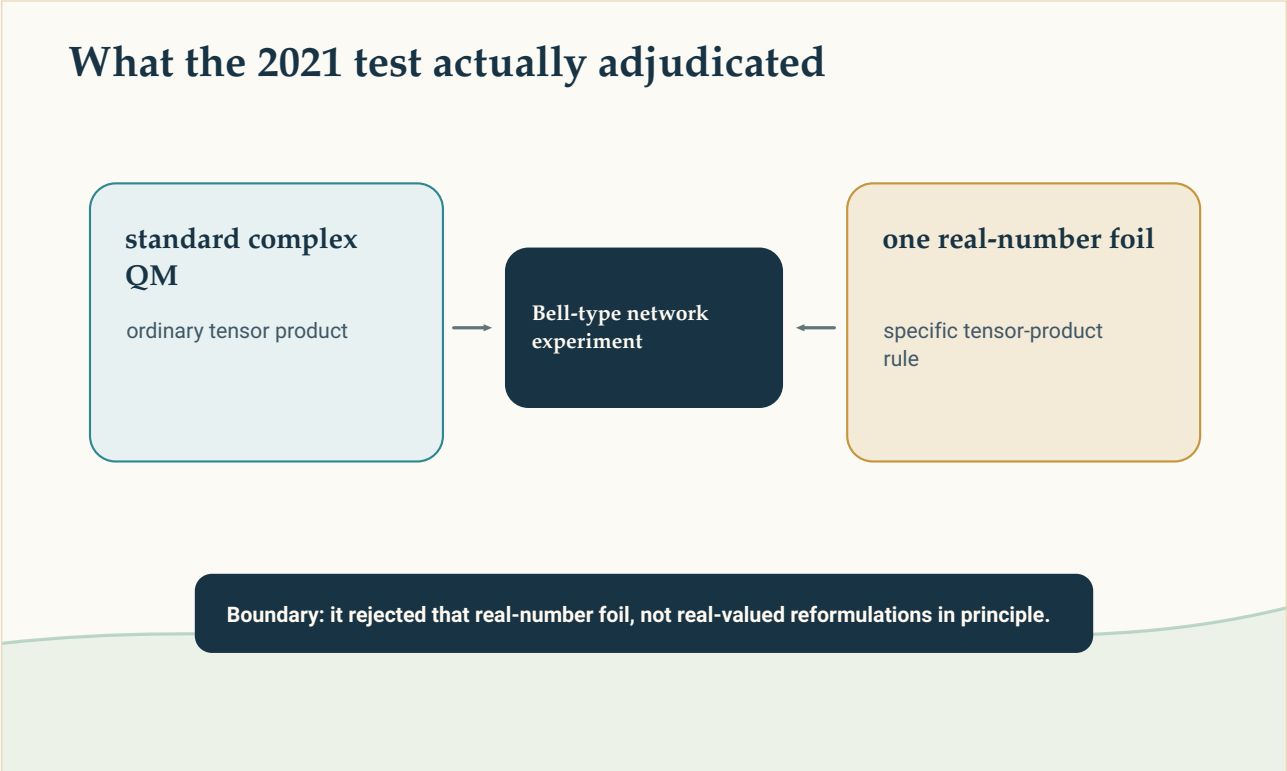
数年前、印象的な主張が広く報じられた。実験によって「虚数は物理的に実在する」「量子力学は虚数なしには書けない」ことが示された、というものだ。この主張は、本物で丁寧な物理学から生まれた。Marc-Olivier Renou らが 2021 年に *Nature* で発表した提案と、それを実行した 2022 年の実験である。しかし一般向けの表現は、精密な主張をスローガンへ圧縮し、そのスローガンは結果そのものより強くなった。

Pedro Barrios Hita、Anton Trushechkin、Hermann Kampermann、Michael Epping、Dagmar Bruß による *Physical Review Letters* の新しい論文は、その精密さを取り戻す。実数だけを使い、標準的な複素数量子力学の**すべての予測** —— 実数を排除したとされた多体系実験も含めて —— を再現する量子力学を構成した。虚数をこっそり戻しているわけではない。別々の系をどう組み合わせるかについて、一つの仮定を変える。著者ら自身の言葉に近く言えば、誠実な結論は、複素数は量子力学の記述に必要不可欠ではないが、間違いなく非常に便利だ、というものだ。



複素振幅 a+bi は、二つの実数に加えて各系とともに運ばれる「フラグ」として表せる。実数形式は材料が少ないのではなく、同じ情報を別の容器へ入れている。代償は複数の系を組み合わせるときに現れる。

Original diagram —The Clean Paper CC BY 4.0



2021〜22 年の実験が比較したのは、通常のテンソル積を使う標準的な複素数量子力学と、特定のテンソル積規則を保持する一つの実数「対照理論」だった。実験が排除したのはその対照理論であり、原理としての実数すべてではない。

Original diagram —The Clean Paper CC BY 4.0

複素数は理論の中で何をしているのか

量子力学では、系の状態を振幅で表し、結果の確率を得るには振幅の大きさの二乗を取る。標準理論では、その振幅は複素数だ。それぞれが大きさと位相、つまり角度を持つ。位相は飾りではない。同じ結果へ至る二つの経路が重なると、位相によって互いを強めるか打ち消すかが決まり、量子挙動の特徴である干渉が生じる。一方、系全体に共通する全体位相は観測できない。

複素数は、実部と虚部という二つの実数を、特定の掛け算規則とともにまとめたものと見ることもできる。そこで自然な問いが生まれる。その「まとめ方」は本質的なのか。二つの実数を保ち、複素数という包装だけを外しても、量子力学すべてを保持できるのか。複素数を単なる横並びの二数以上のものにしているのは掛け算の規則なので、答えは自明ではない。微妙さはそこにある。

2021 年の結果が実際に確立したこと

Renou らはまさにこの問いを、鋭く実験可能な形にした。量子論のどこかに実数を使えるか、という漠然とした問いではない。**複数の系を特定の規則で組み合わせる**という条件の下で、実数量子力

学が複素数理論の全予測を再現できるかを問うた。その規則 —— テンソル積規則と呼ぼう —— は、複数の独立な部分を一つの全体として記述する標準的な方法である。

その規則を課すと、二つの独立した源からエンタングルメントを共有する三者のシナリオで、実数理論と複素数理論が異なる、測定可能な相関を予測することが分かった。ベルテストの多体系版だ。2022 年には、超伝導回路と光子を使った実験がこの種のテストを行った。測定された相関は複素数量子力学と一致し、その実数代替理論とは一致しなかった。

> **なぜ一つではなく二つの源が必要なのか**
>
> 通常のベルテストでは、一つの源がエンタングルした一組の粒子を Alice と Bob へ送る。この設定では、実数量子力学でも複素数理論とまったく同じ相関を再現できる。二つは区別できないため、一つの源だけでは決着を付けられない。
> 2021 年の議論は、第二の**独立した**源を加えることで差を作る。三者が一直線にいると考えよう。Alice、Bob、Charlie。第一の源は Alice と Bob をエンタングルさせ、共通の過去を持たない別の源が Bob と Charlie をエンタングルさせる。中央の Bob は二つの粒子を一緒に測定し、左右の半分をつなぐ。働いているのは二つの源の独立性 —— 別々に準備されたという仮定 —— だ。独立な系を通常のテンソル積規則で組み合わせると、実数理論はこのネットワークで複素数量子力学が予測する三者相関を再現できない。一方、一源テストでは両理論は引き分けのままだ。その差を実験が測った。

これは本物で明快な結果だ。ただし何を比較したかを注意深く見る必要がある。標準的な複素数量子論と、**通常のテンソル積規則を保持する特定の実数理論**である。実験が裁定したのはこの組み合わせであって、実数そのものではない。新論文は量子基礎論の用語を借り、排除された代替理論を適切に *foil theory*（対照理論）と呼ぶ。真実として提案されている理論ではなく、受け入れられている理論と意図的に対比し、実験で区別できるよう作った理論だ。その価値は区別可能であることにある。foil を排除することで、実数理論のどの仮定が差を生んでいたかが分かる。

新しい論文が変えるもの

新しい研究はほぼすべてを維持し、一つの公準だけを変える。系を組み合わせるテンソル積規則を最初から仮定する代わりに、著者らがより物理的に根源的だと論じる局所性要請から出発する。一つの部分系だけに行った操作は、触れていない別の部分系へ測定可能な影響を与えてはならない、という要請だ。

そこから、実数だけの量子力学を明示的に構築する。通常の振幅の実部と虚部は、追加の実数的な記帳情報として運ばれる。論文では各系に付く「フラグ」と呼ぶ。複素数理論で観測不能な全体位相は、実数理論では同じく観測不能な回転になる。代償は、2021 年の結果が位置付けたのとまさに同じ場所、つまり系をどう組み合わせるかに現れる。実数記述を素朴に貼り合わせる方法では、そもそも一意に定まる規則にならない。そこで構成は、同じ物理を表す記述同士を一つのクラスにまとめ、その同値類を使って処理する。この組み合わせ規則なら、実数理論は複素数理論が予測するすべての期待値を再現する。一つの系でも、多数の離れた系がエンタングルしていても同じだ。著者らは、この構成が本質的に一意であり、標準量子力学と等価であることも示す。

したがって多体系実験は、この実数理論と複素数理論を区別できない。両者があらゆる予測で一致するからだ。以前の実験が失敗したのではない。別の、より制約の強い実数理論を相手にテストしていたのである。

なぜ矛盾ではないのか

これを「2021 年の実験は間違っていた」と読むのは簡単だが、実際は逆だ。実験は正しく、新論文もその正しさを前提にしている。測定された相関をすべて受け入れ、それと同じ相関を生む実数形式を示した。修正されるのは解釈である。「この実数理論は反証された」から「量子力学では実数は不可能だ」へ飛ぶとき、その間で働いていた仮定を飛ばしてしまっていた。

また、複素数を捨てるべきだと論じているわけでもない。論文の要約は両側に慎重だ。複素数は厳密には必要ではなく、同時に非常に有用である。実数構成は各系に追加フラグを必要とし、系を組み合わせる規則もより繊細になる。複素数はそれらを一つのきれいな算術へまとめてくれる。便利さは些細ではない。物理学では、形式が勝ち残る理由のほとんどすべてになることさえある。

なぜ重要なのか

底にある面白い問いは、物理理論にとって「必要」とは何を意味するかだ。二つの理論が違う予測を出せば、実験はどちらが合うかを決められる。しかし実験だけでは、ある数学的道具が予測一式を入れる**唯一可能な容器**かどうかは決められない。それは「どんな理論が構成可能か」という問いであり、測定ではなく構成によって答える。この論文はまさに構成である。実験が排除したと受け取られていた代替物を、実際に提示した。

また、一般に覚えておく価値のある区別も鮮明にする。「この理論は反証された」と「この数学的道具は避けられない」は別の文である。その隙間こそ、きれいな実験結果が過大主張へ変わり得る場所だ。複素数は依然として量子力学の自然で効率的な言語である。それが形而上学的に必須かどうかは別問題であり、その問いへの現時点の答えは「いいえ」だ。

まとめ

2021 年の提案と 2022 年の実験は、複数の系を通常のテンソル積規則で組み合わせる実数量子力学が、複素数量子力学とは異なる実験可能な予測を出すことを示し、実験は複素数理論を支持した。これは広く、「虚数が物理的に必要である証明」と報じられた。新しい *Physical Review Letters* 論文は、別の局所性に基づく公準から出発して、複素数理論のすべての予測、多体系テストを含めて再現する実数量子力学を構成した。したがって複素数は厳密な意味で不可欠というより、便利な表現である。これは理論的構成で、以前の実験を覆すものでも、実務上量子力学を書き換えるよう求めるものでもない。

冷静に見ると

論文が示したこと：複数の系を組み合わせる際にテンソル積規則ではなく局所性公準を基礎とすれば、実数だけを使った自己矛盾のない量子力学が、多体系ベル型実験を含め標準的な複素数理論のすべての予測を再現できる。

もっともらしいが、中心ではないこと：これが 2021〜22 年の結果を「反証する」という読み方。それは違う。新論文は実験が正しかったことを受け入れ、範囲を再解釈する。実験が排除したのは、テンソル積規則を維持する特定の実数理論であり、原理としての実数ではない。

示していないこと：複素数が間違っている、役に立たない、実際の計算で捨てるべきだ、ということ。論文自身、複素数は非常に有用だと述べている。また新しい実験でもない。新規データは測定されておらず、主張は数学的構成と整合性の証明である。

一般読者にとっての主な限界：議論は、テンソル積規則と局所性公準のどちらをより物理的に根源と見るかにかかっている。それは量子基礎論で続いている議論の中の合理的な選択であって、測定で固定された事実ではない。実数構成は、対応する複素数形式より自然さで劣ると見ることもできる。

一般読者はどの程度信頼すべきか？数学的構成が整合的であることには高い確信を持ってよい。査読済みで、論理は検証可能だ。信頼すべき結論は控えめなもの —— 複素数は量子力学の便利な言語であり、証明済みの形而上学的必然ではない —— である。「虚数は実在する」といった見出しは、この論文が修正しようとしたスローガンとして読むべきだ。

出典

P. Barrios Hita, A. Trushechkin, H. Kampermann, M. Epping and D. Bruss, Physical Review Letters 136, 240202 (2026), DOI 10.1103/4k13-sdjh
https://doi.org/10.1103/4k13-sdjh