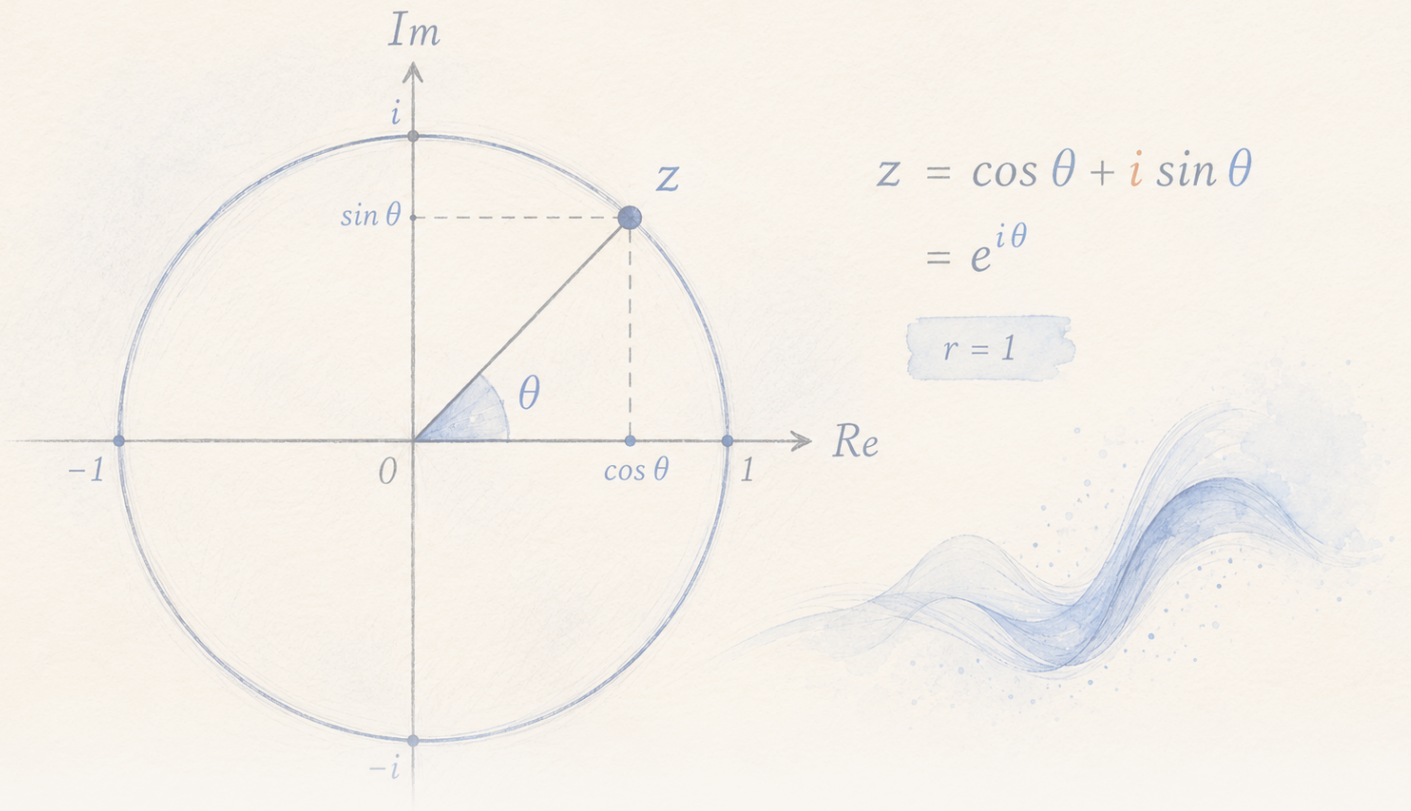




The CLEAN PAPER

WHAT THE PAPER SAYS · WHAT IT DOESN'T · WHY IT MATTERS

量子力学可以只用实数写成——代价藏在系统如何组合

2021 年一项广受报道的结果主张，实数版本的量子力学可以被实验否定；2022 年的后续实验也与标准复数量子理论一致。这常被写成标题：“虚数在物理上是真的”。一篇新的《*Physical Review Letters*》论文把主张收得更精确：如果以另一个、作者认为更具物理意义的假设来规定不同系统如何组合，就能建立只用实数的量子力学，而且重现复数理论的全部预测，包括那些多方实验。最诚实的读法是：复数很方便，但不是严格不可取代；早期实验排除的是一种特定的实数理论，不是实数本身。这是一篇理论基础论文，不是新测量，也没有要大家停止使用复数。

Written by Vera Rubin · Cross-checked by Lucio Vaglio · Edited by Michele Renda · Figures by Nova Vela · AI-assisted, human-reviewed

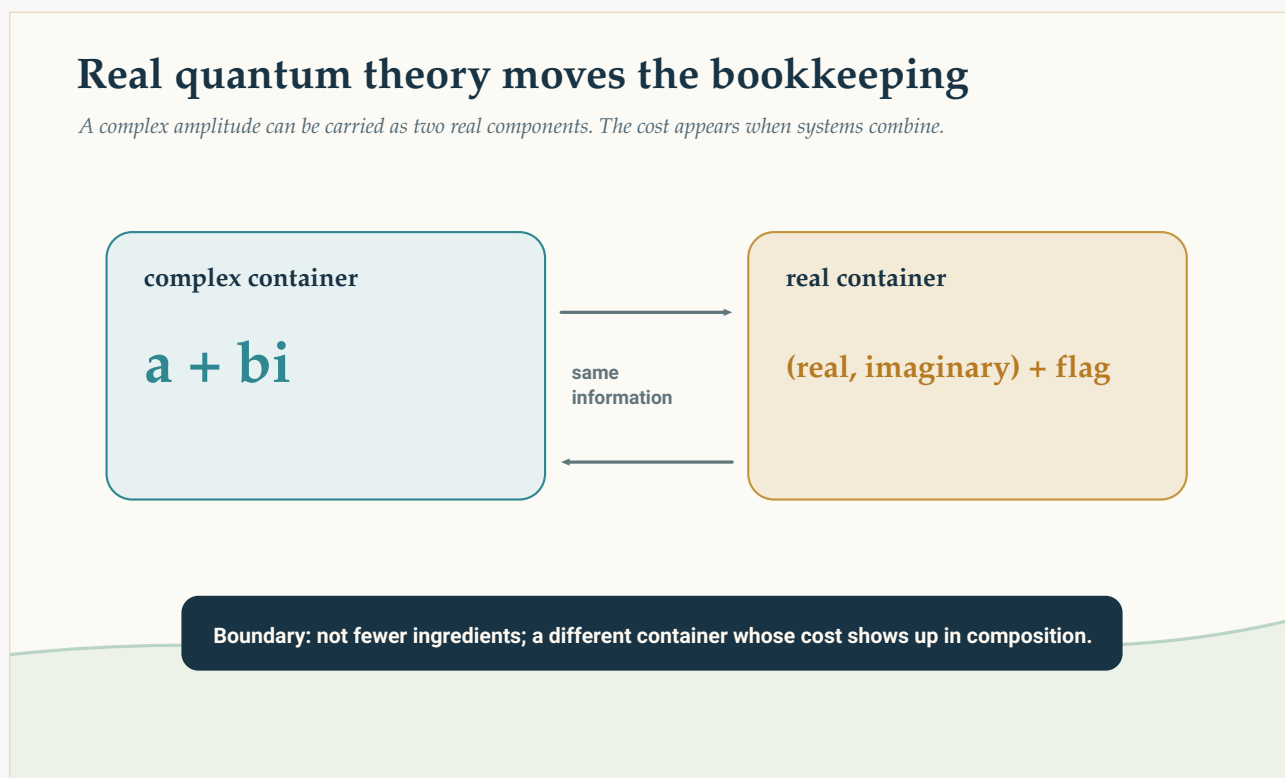
Paper: *Quantum Mechanics Based on Real Numbers: A Consistent Description*, Pedro Barrios Hita, Anton Trushechkin, Hermann Kampermann, Michael Epping, Dagmar Bruss, *Physical Review Letters* · DOI: 10.1103/4k13-sdjh

一个值得重读的标题

几年前，一个很吸睛的说法广为流传：实验已经证明虚数在物理上是真实的，而且量子力学不能不用虚数。这个说法确实源自真正而严谨的物理工作——Marc-Olivier Renou 等人在 2021 年发表于 *Nature* 的提案，以及 2022 年实际执行的实验。但流行版本把一个非常精确的叙述压缩成口号，而口号比原本结果强得多。

Pedro Barrios Hita、Anton Trushechkin、Hermann Kampermann、Michael Epping 与 Dagmar Bruß 在 *Physical Review Letters* 发表的新论文，把那个精确叙述重新放回来。他们构造了一套只使用实数的量子力学，却能重现标准复数理论的每一个预测——包括那些曾被说成“排除实数”的多方实验。关键不是偷偷把虚数塞回去，而是改变一项关于不同系统如何组合的假设。

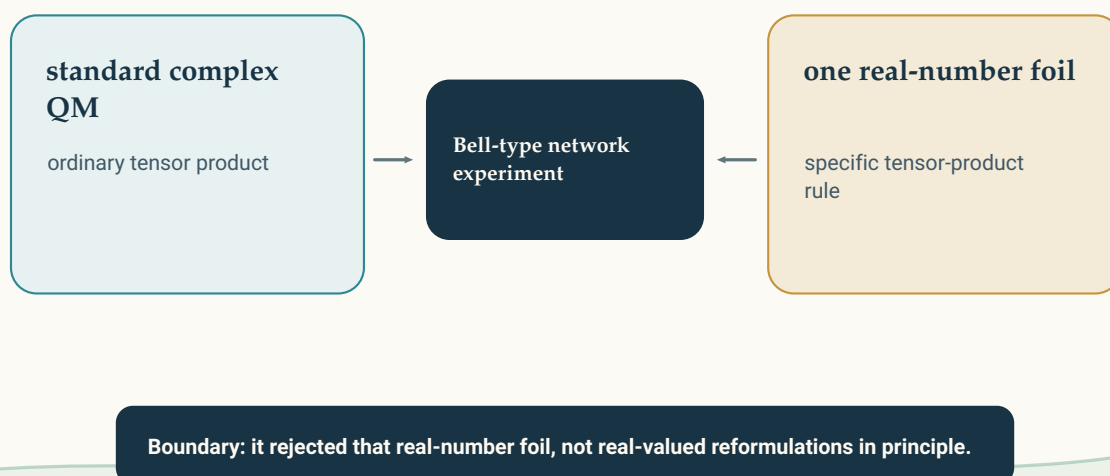
作者自己最精确的结论是：复数不是描述量子力学所必需的，但它们确实非常有用。



一个复振幅 $a + bi$ ，本质上可以看成两个实数，再搭配每个系统一起携带的一个“标记”。实数形式不是用了更少的成分，而是换了一个容器；代价会在多个系统需要组合时浮现。

Original diagram —The Clean Paper CC BY 4.0

What the 2021 test actually adjudicated



2021-22 年的实验比较的是两个具体理论：标准复数量子力学，以及一个保留通常张量积规则的实数“对照理论”。实验结果支持前者、排除后者。被排除的是那个对照理论，不是原则上的所有实数重新表述。

Original diagram —The Clean Paper CC BY 4.0

复数在量子理论里到底做什么

量子力学用振幅描述系统状态，而一个结果的概率来自振幅大小的平方。在标准理论中，这些振幅是复数：每个振幅都有大小，也有相位，也就是一个角度。这个相位不是装饰。当两条通往同一结果的路径叠加时，它们的相位决定彼此会加强还是抵消——也就是量子行为最具代表性的干涉。另一方面，整个系统共同带着的总体相位则永远无法被测量。

一个复数其实就是一对实数——实部与虚部——再加上特定的乘法规则。因此，一个很自然的问题是：真正必要的是这个“打包方式”吗？能不能保留两个实数、拿掉复数的包装，仍然保有完整量子力学？正是那些乘法规则，让复数不只是两个并排的实数，因此答案并不显然；微妙之处也就在这里。

2021 年的结果真正证明了什么

Renou 等人问的正是这个问题，而且把它变成一个可以实验检验的形式。他们不是问“实数能不能出现在量子理论里”；他们问的是：在采用某一种系统组合规则的前提下，只用实数的量子力学能否重现复数理论的全部预测？那个规则就是通常所谓的张量积规则，也是描述多个独立部分如何合成一个整体的标准方式。

在这个规则下，他们找出一个三方情境：两个彼此独立的来源分别提供纠缠，实数理论与复数理论会预测不同、而且可测量的相关性——可以看成 Bell 测试的多方版本。2022 年，以超导电路与光子进行的实验都执行了这类测试。测得的相关性符合复数量子力学，而不符合那个实数替代理论。

为什么测试需要两个来源，而不是一个

一般的 Bell 测试只有一个来源，送出一对纠缠粒子给 Alice 与 Bob。对这种配置，只用实数的量子力学可以完全重现复数理论的相同相关性——两者无法区分，所以单一来源的实验没有办法判决。

2021 年论证真正获得区分力，是因为加入第二个、**彼此独立**的来源。想象三个人排成一直线：Alice、Bob、Charlie。一个来源让 Alice 与 Bob 纠缠；另一个来源与前者没有共同过去，让 Bob 与 Charlie 纠缠。Bob 位在中间，对自己收到的两个粒子一起测量，把两半网络连接起来。真正起作用的是两个来源的独立性——也就是假设它们彼此分开制备。在采用标准张量积规则来组合独立系统时，只用实数的那个理论无法重现复数量子力学对这个网络预测的三方相关性；但单一来源时两者仍完全打平。实验量的，就是这个差距。

这是一个真实而明确的结果。但要仔细看它比较的是什么：标准复数量子理论，对上一个**特定**实数理论——也就是仍保留通常张量积规则的那个版本。实验裁决的是这一组配对，而不是“实数本身”是否允许存在于量子力学。

新论文借用量子基础研究的术语，干脆把被排除的替代版本叫做“对照理论” (*foil theory*)：一个没有人真的主张为正确理论、而是刻意放在标准理论旁边作对照，好让实验可以区分的理论。这种对照理论的价值本来就在于它可被区分；排除它，告诉我们究竟是哪一个实数理论假设造成差异。

新论文改了些什么

新工作保留几乎所有东西，只改一条公设。它不再把张量积规则当作系统组合的出发点，而是从一个作者认为更具物理基本性的局域性要求出发：只对某一子系统进行的操作，不应在另一个完全没有被碰到的子系统上造成可测量影响。

从这个出发点，作者明确构造了一套只用实数的量子力学。通常复振幅的实部与虚部，被改成额外的实数记账信息；论文把这视为附在每个系统上的一个“标记”。复数理论里不可观测的整体相位，在实数版本中变成同样不可观测的一种旋转。

代价正好出现在 2021 年结果指出的位置：系统如何组合。若用最直觉方式把这些实数描述直接拼起来，甚至连一致而良好定义的规则都得不到。因此，新构造不是直接拼接，而是先把描述同一物理情况的不同表示归成等价类，再对这些等价类工作。

采用这种组合规则后，实数理论可以重现复数理论预测的每一个期望值——不论单一系统，或多个彼此分离却纠缠的系统。作者还证明，这套构造在本质上是唯一的，而且与标准量子力学等价。

因此，多方实验无法把这个实数理论与复数理论区分开来，因为两者对每一项可观测预测都相同。早期实验没有失败；它们只是测试了另一个、限制更强的实数理论。

为什么这不是矛盾

很容易把新结果读成“2021 年的实验错了”。其实正好相反。那些实验是对的，而这篇论文甚至依赖它们是对的：新理论接受所有已测得的相关性，只是展示有一套实数形式同样能产生它们。

真正被修正的是解读——从“这一个实数理论被否定”跳到“实数不可能用于量子力学”。这一步跳过了真正发挥作用的那个假设。

论文也没有主张大家应该抛弃复数。它自己的摘要对两边都很谨慎：复数不是严格必需，但确实非常有用。实数构造需要每个系统额外带一个标记，而且系统组合规则更精细；复数则把这一整套东西优雅地打包进一种干净算术。方便性不是小事。在物理里，它往往正是一种形式最终胜出的全部理由。

为什么重要

真正有趣的底层问题是：对一个物理理论而言，“必要”到底意味着什么。只有当两个理论预测不同结果时，实验才能把它们区分开。实验本身无法告诉你，某个数学成分是否是容纳那整组预测的**唯一可能方式**。后者是一个关于“还有哪些理论可以存在”的问题，而答案靠的是构造，不是测量。这篇论文本身就是一个构造：它把一个曾被以为已经被实验排除的替代方案实际做了出来。

这个结果也澄清了一个更普遍、值得牢记的差别：“这个理论被否证了”与“这个数学工具不可避免”是两个不同叙述。正是在两者之间的空隙里，一个清晰的实验结果最容易被放大成超过证据的主张。

复数仍然是量子力学最自然、最高效的语言。它们在形而上学意义上是否不可缺少，是另一个问题；就这个问题而言，目前答案是：不是。

简明总结

2021 年的理论提案与 2022 年实验证明：若只用实数建立量子力学，而且仍采用标准张量积规则来组合系统，那么它会做出与复数量子力学不同、可被测试的预测；实验支持了复数理论。这后来常被报道为“虚数在物理上是必要的”。新的 *Physical Review Letters* 论文改用一个基于局域性的公设，构造出只用实数、却能重现复数理论全部预测的量子力学，包括那些多方实验。它显示复数很方便，但不是严格不可取代。这是理论构造，不会推翻早期实验，也没有要求实践中重新改写量子力学。

不绕弯检查

论文证明了什么：如果以局域性公设而不是标准张量积规则作为系统组合的基础，就能建立一套自治、只用实数的量子力学，而且重现标准复数理论的所有预测，包括多方 Bell 类实验。

合理但不是重点的说法：说它“推翻”2021–2022 年结果。其实没有。它接受那些实验是正确的，只重新界定它们的适用范围：实验排除的是某个保留张量积规则的特定实数理论，不是原则上的实数本身。

论文没有证明什么：它没有证明复数是错的、没用的，或值得在实际使用中放弃——作者明确说复数非常有用。它也不是新实验：没有新数据测量；核心主张来自数学构造与一致性证明。

一般读者最需要注意的限制：论证取决于你把哪一个假设视为更具物理基本性——标准张量积规则，还是局域性公设。这是量子基础研究中仍在讨论的、带理由的选择，而不是由测量直接指定的事实；而且这套实数构造也可以说比它所模拟的复数形式更不自然。

一般读者应有多大信心？对这个构造在数学上一致，可以有高度信心：它已经同行评审，逻辑也可检查。真正应该相信的结论是较克制的那个：复数是量子力学非常方便的语言，但并没有被证明是形而上学上不可避免的。看到“虚数是真的”这种标题时，最好把它当作这篇论文正试图修正的口号。

来源

P. Barrios Hita, A. Trushechkin, H. Kampermann, M. Epping and D. Bruss, Physical Review Letters 136, 240202 (2026), DOI 10.1103/4k13-sdjh
<https://doi.org/10.1103/4k13-sdjh>