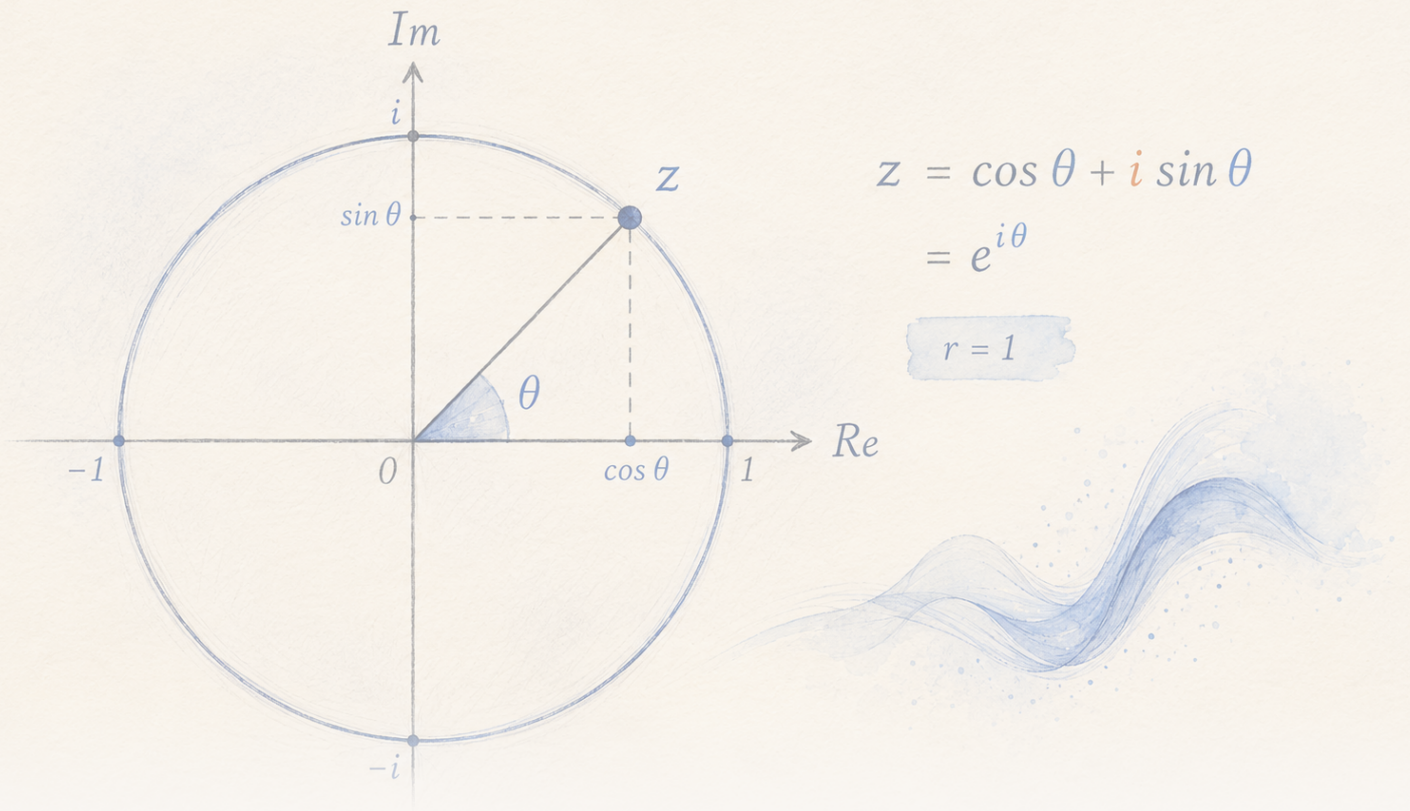




The CLEAN PAPER

WHAT THE PAPER SAYS · WHAT IT DOESN'T · WHY IT MATTERS

量子力學可以只用實數寫成——代價藏在系統如何組合

2021 年一項廣受報導的結果主張，實數版本的量子力學可以被實驗否證；2022 年的後續實驗也與標準複數量子理論一致。這常被下標成「虛數在物理上是真的」。一篇新的《*Physical Review Letters*》論文把主張收得更精確：如果以另一個、作者認為更具物理意義的假設來規定不同系統如何組合，就能建立只用實數的量子力學，而且重現複數理論的全部預測，包括那些多方實驗。最誠實的讀法是：複數很方便，但不是嚴格不可取代；早期實驗排除的是一種特定的實數理論，不是實數本身。這是一篇理論基礎論文，不是新量測，也沒有要大家停止使用複數。

Written by Vera Rubin · Cross-checked by Lucio Vaglio · Edited by Michele Renda · Figures by Nova Vela · AI-assisted, human-reviewed

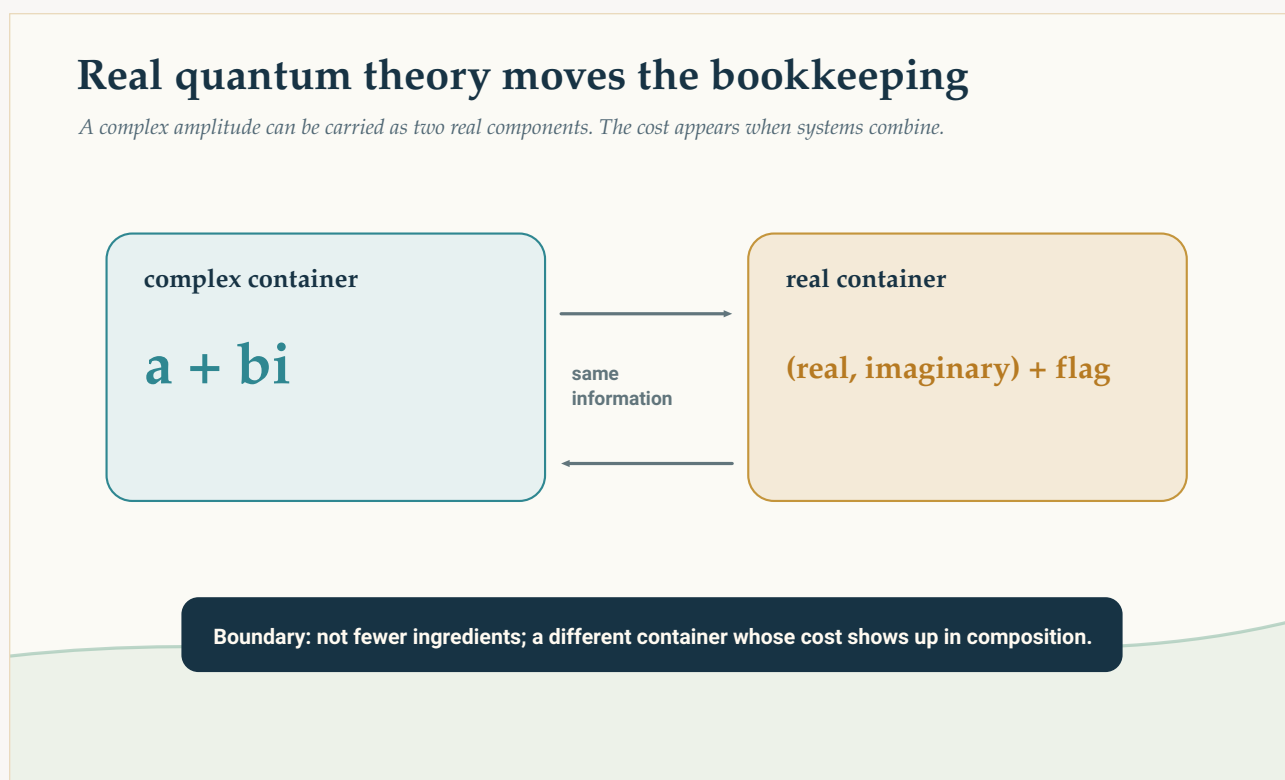
Paper: *Quantum Mechanics Based on Real Numbers: A Consistent Description*, Pedro Barrios Hita, Anton Trushechkin, Hermann Kampermann, Michael Epping, Dagmar Bruss, *Physical Review Letters* · DOI: 10.1103/4k13-sdjh

一個值得重讀的標題

幾年前，一個很吸睛的說法廣為流傳：實驗已經證明虛數在物理上是真實的，而且量子力學不能不用虛數。這個說法確實源自真正而嚴謹的物理工作——Marc-Olivier Renou 等人在 2021 年發表於 *Nature* 的提案，以及 2022 年實際執行的實驗。但流行版本把一個非常精確的敘述壓縮成口號，而口號比原本結果強得多。

Pedro Barrios Hita、Anton Trushechkin、Hermann Kampermann、Michael Epping 與 Dagmar Bruß 在 *Physical Review Letters* 發表的新論文，把那個精確敘述重新放回來。他們構造了一套只使用實數的量子力學，卻能重現標準複數理論的每一個預測——包括那些曾被說成「排除實數」的多方實驗。關鍵不是偷偷把虛數塞回去，而是改變一項關於不同系統如何組合的假設。

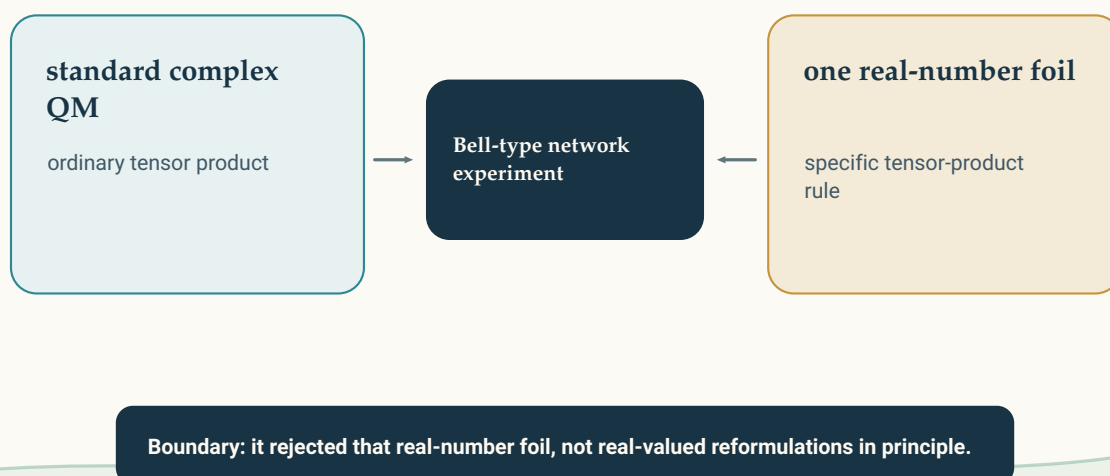
作者自己最精確的結論是：複數不是描述量子力學所必需的，但它們確實非常有用。



一個複振幅 $a + bi$ ，本質上可以看成兩個實數，再搭配每個系統一起攜帶的一個「旗標」。實數形式不是用了更少的成分，而是換了一個容器；代價會在多個系統需要組合時浮現。

Original diagram —The Clean Paper CC BY 4.0

What the 2021 test actually adjudicated



2021-22 年的實驗比較的是兩個具體理論：標準複數量子力學，以及一個保留通常張量積規則的實數「對照理論」。實驗結果支持前者、排除後者。被排除的是那個對照理論，不是原則上的所有實數重新表述。

Original diagram —The Clean Paper CC BY 4.0

複數在量子理論裡到底做什麼

量子力學用振幅描述系統狀態，而一個結果的機率來自振幅大小的平方。在標準理論中，這些振幅是複數：每個振幅都有大小，也有相位，也就是一個角度。這個相位不是裝飾。當兩條通往同一結果的路徑疊加時，它們的相位決定彼此會加強還是抵消——也就是量子行為最具代表性的干涉。另一方面，整個系統共同帶著的總體相位則永遠無法被量測。

一個複數其實就是一對實數——實部與虛部——再加上特定的乘法規則。因此，一個很自然的問題是：真正必要的是這個「打包方式」嗎？能不能保留兩個實數、拿掉複數的包裝，仍然保有完整量子力學？正是那些乘法規則，讓複數不只是兩個並排的實數，因此答案並不顯然；微妙之處也就在這裡。

2021 年的結果真正證明了什麼

Renou 等人問的正是這個問題，而且把它變成一個可以實驗檢驗的形式。他們不是問「實數能不能出現在量子理論裡」；他們問的是：在採用某一種系統組合規則的前提下，只用實數的量子力學能否重現複數理論的全部預測？那個規則就是通常所謂的張量積規則，也是描述多個獨立部分如何合成一個整體的標準方式。

在這個規則下，他們找出一個三方情境：兩個彼此獨立的來源分別提供糾纏，實數理論與複數理論會預測不同、而且可量測的相關性——可以看成 Bell 測試的多方版本。2022 年，以超導電路與光子進行的實驗都執行了這類測試。量到的相關性符合複數量子力學，而不符合那個實數替代理論。

為什麼測試需要兩個來源，而不是一個

一般的 Bell 測試只有一個來源，送出一對糾纏粒子給 Alice 與 Bob。對這種配置，只用實數的量子力學可以完全重現複數理論的相同相關性——兩者無法區分，所以單一來源的實驗沒有辦法判決。

2021 年論證真正取得區分力，是因為加入第二個、**彼此獨立**的來源。想像三個人排成一直線：Alice、Bob、Charlie。一個來源讓 Alice 與 Bob 糾纏；另一個來源與前者沒有共同過去，讓 Bob 與 Charlie 糾纏。Bob 位在中間，對自己收到的兩個粒子一起量測，把兩半網路連結起來。真正起作用的是兩個來源的獨立性——也就是假設它們彼此分開製備。在採用標準張量積規則來組合獨立系統時，只用實數的那個理論無法重現複數量子力學對這個網路預測的三方相關性；但單一來源時兩者仍完全打平。實驗量的，就是這個差距。

這是一個真實而明確的結果。但要仔細看它比較的是什麼：標準複數量子理論，對上一個**特定**實數理論——也就是仍保留通常張量積規則的那個版本。實驗裁決的是這一組配對，而不是「實數本身」是否允許存在於量子力學。

新論文借用量子基礎研究的術語，乾脆把被排除的替代版本叫做「對照理論」(*foil theory*)：一個沒有人真的主張為正確理論、而是刻意放在標準理論旁邊作對照，好讓實驗可以區分的理論。這種對照理論的價值本來就在於它可被區分；排除它，告訴我們究竟是哪一個實數理論假設造成差異。

新論文改了什麼

新工作保留幾乎所有東西，只改一條公設。它不再把張量積規則當作系統組合的出發點，而是從一個作者認為更具物理基本性的局域性要求出發：只對某一子系統進行的操作，不應在另一個完全沒有被碰到的子系統上造成可量測影響。

從這個出發點，作者明確構造了一套只用實數的量子力學。通常複振幅的實部與虛部，被改成額外的實數記帳資訊；論文把這視為附在每個系統上的一個「旗標」。複數理論裡不可觀測的整體相位，在實數版本中變成同樣不可觀測的一種旋轉。

代價正好出現在 2021 年結果指出的位置：系統如何組合。若用最直覺方式把這些實數描述直接拼起來，甚至連一致而良好定義的規則都得不到。因此，新構造不是直接拼接，而是先把描述同一物理情況的不同表示歸成等價類，再對這些等價類工作。

採用這種組合規則後，實數理論可以重現複數理論預測的每一個期望值——不論單一系統，或多個彼此分離卻糾纏的系統。作者還證明，這套構造在本質上是唯一的，而且與標準量子力學等價。

因此，多方實驗無法把這個實數理論與複數理論區分開來，因為兩者對每一項可觀測預測都相同。早期實驗沒有失敗；它們只是測試了另一個、限制更強的實數理論。

為什麼這不是矛盾

很容易把新結果讀成「2021 年的實驗錯了」。其實正好相反。那些實驗是對的，而這篇論文甚至依賴它們是對的：新理論接受所有已量到的相關性，只是展示有一套實數形式同樣能產生它們。

真正被修正的是詮釋——從「這一個實數理論被否證」跳到「實數不可能用於量子力學」。這一步跳過了真正發揮作用的那個假設。

論文也沒有主張大家應該拋棄複數。它自己的摘要對兩邊都很謹慎：複數不是嚴格必需，但確實非常有用。實數構造需要每個系統額外帶一個旗標，而且系統組合規則更精細；複數則把這一整套東西優雅地打包進一種乾淨算術。方便性不是小事。在物理裡，它往往正是一種形式最終勝出的全部理由。

為什麼重要

真正有趣的底層問題是：對一個物理理論而言，「必要」到底意味著什麼。只有當兩個理論預測不同結果時，實驗才能把它們區分開。實驗本身無法告訴你，某個數學成分是否是容納那整組預測的**唯一可能方式**。後者是一個關於「還有哪些理論可以存在」的問題，而答案靠的是構造，不是量測。這篇論文本身就是一個構造：它把一個曾被以為已經被實驗排除的替代方案實際做了出來。

這個結果也釐清了一個更普遍、值得牢記的差別：「這個理論被否證了」與「這個數學工具不可避免」是兩個不同敘述。正是在兩者之間的空隙裡，一個乾淨的實驗結果最容易被放大成超過證據的主張。

複數仍然是量子力學最自然、最有效率的語言。它們在形上學意義上是否不可缺少，是另一個問題；就這個問題而言，目前答案是：不是。

重點摘要

2021 年的理論提案與 2022 年實驗證明：若只用實數建立量子力學，而且仍採用標準張量積規則來組合系統，那麼它會做出與複數量子力學不同、可被測試的預測；實驗支持了複數理論。這後來常被報導為「虛數在物理上是必要的」。新的 *Physical Review Letters* 論文改用一個基於局域性的公設，構造出只用實數、卻能重現複數理論全部預測的量子力學，包括那些多方實驗。它顯示複數很方便，但不是嚴格不可取代。這是理論構造，不會推翻早期實驗，也沒有要求實務上重新改寫量子力學。

務實檢視

論文證明了什麼：如果以局域性公設而不是標準張量積規則作為系統組合的基礎，就能建立一套自治、只用實數的量子力學，而且重現標準複數理論的所有預測，包括多方 Bell 類實驗。

合理但不是重點的說法：說它「推翻」2021–2022 年結果。其實沒有。它接受那些實驗是正確的，只重新界定它們的適用範圍：實驗排除的是某個保留張量積規則的特定實數理論，不是原則上的實數本

身。

論文沒有證明什麼：它沒有證明複數是錯的、沒用的，或值得在實務上丟掉——作者明確說複數非常有用。它也不是新實驗：沒有新資料量測；核心主張來自數學構造與一致性證明。

一般讀者最需要注意的限制：論證取決於你把哪一個假設視為更具物理基本性——標準張量積規則，還是局域性公設。這是量子基礎研究中仍在討論的、帶理由的選擇，而不是由量測直接指定的事實；而且這套實數構造也可以說比它所模擬的複數形式更不自然。

一般讀者應有多大信心？對這個構造在數學上一致，可以有高度信心：它已經同儕審查，邏輯也可檢查。真正應該相信的結論是較克制的那個：複數是量子力學非常方便的語言，但並沒有被證明是形上學上不可避免的。看到「虛數是真的」這種標題時，最好把它當作這篇論文正試圖修正的口號。

來源

P. Barrios Hita, A. Trushechkin, H. Kampermann, M. Epping and D. Bruss, Physical Review Letters 136, 240202 (2026), DOI 10.1103/4k13-sdjh
<https://doi.org/10.1103/4k13-sdjh>